

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Відокремлений структурний підрозділ
«Педагогічний фаховий коледж
Львівського національного університету імені Івана Франка»

ЗАТВЕРДЖЕНО

На засіданні циклової комісії
спеціальності "Комп'ютерні науки"
протокол № 1 від «29» серпня 2025 р.

Голова циклової комісії

 Олександр КНИГІНЦЬКИЙ

Силабус навчальної дисципліни
«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ»

Освітній рівень: початковий рівень (фаховий молодший бакалавр)
Галузь знань: 12 Інформаційні технології
Спеціальність: 122 Комп'ютерні науки
Освітня програма: Комп'ютерні науки
Форма навчання: денна

ЛЬВІВ
2025

1. Загальна інформація	
Назва курсу	Математичне моделювання динамічних систем
Адреса викладання курсу	Природничо-педагогічне відділення ВСП «ПФК ЛНУ», вул. Ген. Тарнавського 107, м. Львів, 79016, Україна
Циклова комісія, за якою закріплена дисципліна	Спеціальності «Комп'ютерні науки»
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 - "Інформаційні технології" 122 - "Комп'ютерні науки"
Викладач (-і)	Кнігініцький О.В.
Контактні дані викладача	oleksandr.knihinitskyu@lnu.edu.ua
Обсяг дисципліни	4 кредити
Консультації	Відбуваються відповідно до графіку у корпусі по вул. Ген. Тарнавського, 107, Ауд.306. Також проводяться он-лайн консультації на платформі Zoom.
Сторінка курсу	https://pedcollege.lnu.edu.ua/course/matematychnemodeljuvannja-dynamichnyh-system
Інформація про курс	Обов'язковий освітній компонент ОПШ викладається для студентів 3-го курсу спеціальності 122 Комп'ютерні науки впродовж 5-го семестру в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
2. Коротка анотація до курсу	
Вивчення дисципліни "Математичне моделювання динамічних систем" забезпечує формування у студентів загальних та професійно-орієнтованих компетентностей. Курс розроблено таким чином, щоб ознайомити здобувачів з основними методами та способами математичного моделювання динамічних систем та навчити їх розв'язувати прикладні задачі відповідного рівня складності в даній області знань.	
3. Мета та цілі курсу	
Мета	Мета вивчення навчальної дисципліни – опанувати знання і навички застосування математичних методів до побудови та дослідження математичних моделей динамічних і керованих систем сучасної теорії моделювання динамічних систем з використанням інформаційних технологій.
Цілі	Сформувати у студентів вміння ефективно використовувати здобуті під час вивчення даного курсу знання у професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися	Презентація, лекції, колаборативне навчання (форми – спільні розробки), творче індивідуальне завдання, дискусія, демонстраційні експерименти, використання технічних засобів навчання;

<p>під час викладання курсу</p>	<p>робота в системі Moodle, побудова системи електронного навчання як простору прояву пізнавальних ініціатив.</p>
<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>У результаті вивчення даного курсу студент повинен знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основні методи математичного моделювання динамічних систем та оптимальних керованих систем; • методи цільового аналізу керованих динамічних систем і процесів; • методи прогнозування динамічних систем і керованих процесів; • методи побудови оптимальних моделей динамічних систем в реальних умовах за наявності неповних наборів даних і неповних знань <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> • будувати математичні моделі динамічних систем за даними натурних спостережень на основі законів збереження; • будувати оптимальні математичні моделі за умов неповних даних; • будувати математичні моделі складних керованих динамічних систем і взаємодіючих процесів.
<p>Загальні компетентності, що набуваються впродовж вивчення курсу</p>	<p>ЗК3. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. ЗК8. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.</p>
<p>Спеціальні (фахові) компетентності, що набуваються впродовж вивчення курсу</p>	<p>ФК1. Здатність використовувати основні поняття, ідеї та методи фундаментальних наук під час розв'язання складних спеціалізованих задач з комп'ютерних наук в галузі інформаційних технологій. ФК2. Здатність використовувати теоретичні та фундаментальні знання в галузі комп'ютерних наук та інформаційних технологій для вирішення різноманітних проблем.</p>
<p>Програмні результати навчання</p>	<p>ПРН03. Використовувати професійно-профільовані знання і практичні навички методів фундаментальної та прикладної математики під час розв'язання стандартних завдань і задач прикладного характеру в галузі комп'ютерних наук. РН 04. Застосовувати сучасні методи математичного та комп'ютерного моделювання і будувати ефективні алгоритми для чисельного дослідження та розв'язання прикладних задач.</p>

4. Організація навчання курсу	
Обсяг курсу	
Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	36
лабораторні	54
самостійна робота	30
5. Тематика курсу	
Теми	<p align="center">Змістовий модуль 1. <i>Лінійні та нелінійні моделі динамічних систем і їх властивості.</i></p> <p>Тема 1. Лінійні динамічні моделі. Атрактор лінійної системи. Фазові портрети багатовимірних лінійних систем. <i>(вплив на формування ПРН04)</i></p> <p>Тема 2. Поняття про нелінійні динамічні системи та різницеві моделі.</p> <p>Тема 3. Математичне моделювання у класичній механіці. <i>(вплив на формування ПРН03)</i></p> <p>Тема 4. Стан рівноваги динамічної системи. Стійка рівновага за Ляпуновим.</p> <p>Тема 5. Функція Гамільтона і динаміка руху за принципом найменшої дії. <i>(вплив на формування ПРН03)</i></p> <p align="center">Змістовий модуль 2. <i>Методи побудови математичних моделей для динамічних процесів і керованих систем.</i></p> <p>Тема 6. Методи побудови математичних моделей для динамічних процесів.</p> <p>Тема 7. Математичні моделі керованих систем і процесів. <i>(вплив на формування ПРН04)</i></p> <p>Тема 8. Робочі моделі і критерії їхньої оптимальності.</p>
Підсумковий контроль, форма	Залік
Ключові слова	Динамічна система, керований процес, атрактор, математична модель.
Пререквізити	Для успішного вивчення курсу студенту знадобляться знання з таких дисциплін, як: <ul style="list-style-type: none"> - фізика; - теоретичні основи електротехніки та електроніки; - математичний аналіз; - лінійна алгебра
6. Рекомендована література	

Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Довгай В.В., Мельник А.Ф.</i> Вища математика. Розділ: Звичайні диференціальні рівняння. - Київ, НТУУ КПІ, 2011 - 60 с. 2. <i>Хусаїнов Д.Я., Харченко І.І., Шатурко А.В.</i> Введення в моделювання динамічних систем. - Київ, КНУ ім. Т.Г.Шевченка, 2010-132 с. 3. <i>Кочура Е.В., Косарев В.М.</i> Моделювання макроекономічної динаміки: Навч посібник. - К., ЦНЛ, 2003 - 236 с. 4. <i>Гаральд Іро.</i> Класична механіка. - Львів, ЛНУ ім. Івана Франка, 1999 - 464 с. 5. <i>Кушнір Р.М.</i> Загальна фізика: Механіка. Молекулярна фізика.-Львів, вид. центр ЛНУ ім. І.Франка, 2003-404с. 6. <i>Кучерук І.М., Горбачук І.Т.</i> Загальна фізика: Електрика і магнетизм. (За заг. ред. В.Й.Сугакова) – К., Вища школа, 1990 - 368с. 7. <i>Maria Luminita Scutaru, Catalin I,Pruncu.</i> Mathematical Modeling and Simulation in Mechanics and Dynamic Systems, 2nd Edition. - MDPI Books, 2024 - 224 p.
Інтернет-ресурси	<p> https://uk.wikipedia.org/ https:// www.csc.knu.ua/books/ https://www.yakaboo.ua/ua/ https://www.cambridge.org/ua/universitypress/subjects/engineering/control-systems-and-optimization/dynamic-systems-modeling-simulation-and-analysis https://dmkpress.com/ </p>
7. Система оцінювання курсу	
Загальна система оцінювання курсу	<p>Поточний контроль знань студентів здійснюється під час проведення лабораторних занять. Семестр закінчується здачею заліку з навчальної дисципліни. Під час семестрового контролю враховуються результати виконання та захисту лабораторних робіт та усного заліку. Оцінювання знань студента здійснюється за 100 бальною шкалою, максимум 50 балів за поточну успішність і максимум 50 – за залік.</p>
Академічна доброчесність	<p>Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для їх незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p>
Відвідування занять	<p>Відвідування є невід’ємною складовою навчання. Передбачається, що всі студенти будуть присутніми на усіх лекційних та практичних заняттях курсу. Студенти повинні інформувати</p>

	ти викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.
Література	Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях, без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.
Політика виставлення балів	Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичних; забороняється використання мобільних телефонів, планшетів чи інших мобільних пристроїв під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; недопустимими є списування та плагіат, несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності толеруватися не будуть.
Критерії оцінювання	<p>90 – 100 б. – здобувач повно та ґрунтовно засвоїв всі теми навчальної програми, вміє вільно викладати зміст, має глибокі, міцні, систематичні знання всіх питань навчальної дисципліни, розуміє їх значення для своєї професійної підготовки; виконав усі завдання кожної теми та модульного поточного контролю.</p> <p>81 – 89 б. - здобувач ґрамотно і по суті викладає програмний матеріал, застосовує теоретичні знання при виконанні практичних завдань, однак допускає незначні неточності, засвоїв більшість тем навчальної програми, вміє самостійно викладати зміст всіх питань навчальної дисципліни; виконав завдання кожної теми та модульного поточного контролю.</p> <p>71 – 80 б. - здобувач добре знає програмний матеріал, володіє базовими навичками з виконання практичних завдань, самостійно обирає метод реалізації, але не завжди здатний провести аналіз і узагальнення результату, не завжди вміє вільно викладати зміст всіх питань навчальної дисципліни; виконав більшість завдань кожної теми та модульного поточного контролю.</p> <p>61 – 70 б. – здобувач засвоїв тільки основний матеріал на рівні репродуктивного відтворення, але не знає окремих деталей, припускається неточностей, порушує послідовність у викладі матеріалу, може розв'язувати типові завдання за зразком, але допускає помилки, виконав окремі завдання кожної теми та модульного поточного контролю.</p> <p>51 - 60 б. - здобувач відтворює основні поняття і визначення курсу, але досить поверхово, не виділяючи взвезомвзя'зок між ними, може сформулювати за допомогою викладача основні тези теми, допускає помилки, які повною мірою самостійно</p>

	<p>виправити не може; відчуває труднощі під час виконання практичних завдань, виконав лише деякі завдання кожної теми та модульного контролю.</p> <p>21 – 50 б. – здобувач не знає значної частини програмного матеріалу, допускає суттєві помилки, з великими труднощами виконує практичні завдання, знайомий лише з деякими поняттями та визначеннями курсу; не виконав практичні завдання та завдання модульного поточного контролю.</p> <p>0 – 20 б. - необхідний повторний курс з навчальної дисципліни.</p>
--	---

8. Питання до заліку чи екзамену

На залік виносяться усі теми курсу (див. пункт Тем).

Схема курсу

Тиждень	Тема занять	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
<i>Змістовий модуль 1. Лінійні та нелінійні моделі динамічних систем і їх властивості.</i>			
1-2	<p>Тема 1. Лінійні динамічні моделі. Атрактор лінійної системи. Фазові портрети багатовимірних лінійних систем.</p> <p>Поняття динамічної системи. Змінні і параметри в математичних моделях динамічних систем.</p> <p>Лінійні динамічні системи та їх властивості. Приклади динамічних систем першого порядку.</p> <p>Лінійні динамічні системи другого порядку. Модель лінійного осцилятора. Зсув фази та період коливань. Поняття власної частоти, фазова діаграма. Атрактор лінійної системи. Фазові портрети багатовимірних лінійних систем.</p>	<p>Лекція – 4 год., лабораторна робота – 6 год., самостійна робота – 4 год.</p>	<p>3.09 10.09 3.09 5.09 10.09</p>
3-4	<p>Тема 2. Поняття про нелінійні динамічні системи та різницеві моделі.</p> <p>Нелінійні динамічні системи та різницеві моделі з граничним циклом.</p> <p>Система Ван дер Поля. Фазовий портрет і атрактор системи. Біфуркація народження циклу.</p> <p>Динамічні моделі, що породжуються різницевиими системами.</p> <p>Рівняння Дуфінга. Методи теорії збурень. Теорема Пуанкаре.</p> <p>Атрактор Хенона в двовимірній системі. Тривимірна система Лоренця і атрактор Лоренця.</p>	<p>Лекція – 4 год., лабораторна робота – 6 год., самостійна робота – 3 год.</p>	<p>17.09 24.09 17.09 19.09 24.09</p>
5-6	<p>Тема 3. Математичне моделювання у класичній механіці.</p>	<p>Лекція – 2 год, лабораторна</p>	<p>1.10 8.10</p>

	Кінематика поступального руху. Обертальний рух, кутова швидкість та прискорення. період обертання. Додавання швидкостей, принцип відносності Галілея. Центр мас системи та основні теореми про його рух. Рух тіл змінної маси, рівняння Мещерського. Рух тіл у гравітаційному полі. Космічні швидкості. Неінерційні системи відліку. Відцентрова сила інерції. Сила Кориоліса.	робота – 6 год., самостійна робота – 4 год.	1.10 3.10 8.10
7-8	Тема 4. Стан рівноваги динамічної системи. Стійка рівновага за Ляпуновим. Процеси рівноваги. Динамічні моделі "хижак-жертва". Фазовий портрет. Стаціонарний стан. Закон Мальтуса і рівняння Лотки-Вольтерра. Динамічні моделі із сухим тертям. Тридискова модель із сухим тертям. Багатовимірні моделі із сухим тертям. Математична модель блокової динаміки. Стан рівноваги. Стійка рівновага за Ляпуновим. Теорема Ляпунова.	Лекція – 4 год , лабораторна робота – 8 год., самостійна робота – 4 год.	15.10 22.10 15.10 17.10 22.10
9-11	Тема 5. Функція Гамільтона і динаміка руху за принципом найменшої дії. Побудова математичних моделей динаміки руху за допомогою принципу найменшої дії. Рівняння Ейлера -Лагранжа. Функція Гамільтона. Математичні моделі механічного руху. Приклади моделей математичного маятника та механічного руху двох точок, що взаємодіють. Функція Гамільтона для динамічної системи руху супутника Землі. Функція Гамільтона для рівняння математичного маятника. Приклад функції Гамільтона для двох математичних маятників.	Лекція – 6 год, лабораторна робота – 9 год., контрольна роб. 1 - 1 год., самостійна робота – 4 год.	29.10 5.11 12.11 29.10 31.10 5.11 12.11 14.11
Змістовий модуль 2. Методи побудови математичних моделей для динамічних процесів і керованих систем.			
12-14	Тема 6. Методи побудови математичних моделей для динамічних процесів. Побудова математичної моделі динамічної системи за даними спостережень. Градієнт функціоналу нев'язки для моделювання динамічних систем. Алгоритм побудови збіжної послідовності для ідентифікації параметрів динамічної моделі. Лема про нерівність для функціоналів із ліпшицевим градієнтом. Дослідження збіжності градієнтного методу ідентифікації параметрів нелінійної моделі. Числовий алгоритм для обчислення ε -	Лекція – 6 год., лабораторна роб. – 8 год., самостійна робота – 6 год.	19.11 26.11 3.12 19.11 26.11 28.11 3.12

	екстремального розв'язку задачі ідентифікації. Теорема про мажоранту кількості ітерацій для обчислення екстремальних параметрів динамічної моделі.		
15	Тема 7. Математичні моделі керованих систем і процесів. Математичні моделі керованих систем. Математична модель Глушкова дво- та багатосекторної економіки. Узагальнення математичної моделі Глушкова.	Лекція – 2 год, лабораторна робота – 4 год., самостійна робота – 5 год.	10.12 10.12 12.12
16-17	Тема 8. Робочі моделі і критерії їхньої оптимальності. Робочі моделі динамічних систем. Критерії оптимальності математичних моделей складних систем. Граф-операторні моделі динамічних систем і метод розв'язуючих операторів для побудови оптимальних схем у класі граф-операторних моделей.	Лекція – 4 год., лабораторна робота – 5 год., контрольна роб. 2 - 1 год.,	17.12 24.12 17.12 24.12 26.12
18	Колоквіум.	колоквіум– 2 год., лабораторна робота – 2 год.	31.12 31.12